

**Uso da Analise de envoltória de dados - DEA para
verificar a eficiência do saneamento nas capitais
brasileiras.**

Resumo: O presente trabalho objetiva compreender a eficiência do saneamento nas grandes cidades brasileiras utilizando a análise de envoltória dos dados tanto para uma tecnologia com retornos de escala fixa bem como retornos variáveis seguindo a modelagem aperfeiçoada por BANKER; CHARNES, & COOPER (1984). Foram efetuados detecção e extração de outliers usando as técnicas Jackknife; Bootstrap e Jackstrap. O compute da eficiência produtiva foi mensurado tanto para um período de tempo específico (2007), bem como em relação a dois pontos no tempo 2007 em comparação como 2002.

Abstract: The work aims at to understand the efficiency of the sanitation in the great Brazilian cities to 2002 and 2007 years using the analysis of envelopment of the data so much for a technology with scale returns it fastens as well as variable returns following the modelling improved by BANKER; CHARNES, & COOPER (1984). Detection and outliers extraction were made using the techniques Jackknife; Bootstrap and Jackstrap. Compute of the productive efficiency it went so much to a period of specific time (2007), as well as in relation to two points in the time 2007 in comparison as 2002.

Palavras-chave: Análise de envoltória de dados, Produção e Métodos não paramétricos

Classificação JEL: D-24 e C-14

I. Introdução:

O saneamento público é um importante vetor do crescimento econômico haja vista que melhores serviços prestados nessa área possibilitam economia de recursos que seriam destinados à saúde devido a doenças cujas causas estão correlacionadas com a falta de saneamento público no tocante a tratamento de água e esgoto sanitário. Essa relação foi mencionada por CAVINATTO (1992), que destaca que desde a antiguidade o homem aprendeu intuitivamente que a água poluída por dejetos e resíduos podia transmitir doenças. Já AGÉNOR e NEANIDIS (2011), estudaram a alocação ótima do gasto governamental entre saúde, educação e infraestrutura numa modelagem de crescimento endógeno. Descreveram o mecanismo de transmissão, decorrentes de alterações não antecipadas e permanentes entre as categorias de gastos públicos (saúde; educação e infraestrutura) com total dos gastos e tarifa fixos, sobre o estado estacionário.

Dentre as principais atividades de saneamento estão a coleta e o tratamento de resíduos das atividades humanas, tanto sólidos quanto líquidos (lixo e esgoto); prevenir a poluição das águas de rios, mares e outros mananciais; garantir a qualidade da água utilizada pelas populações para consumo, bem como seu fornecimento com qualidade, além do controle de vetores. Incluem-se ainda no campo de atuação do saneamento a drenagem das águas das chuvas, prevenção de enchentes e cuidados com as águas subterrâneas.

Disto isto é de fundamental importância que os serviços de saneamento público sejam prestados com maior eficiência possível.

Assim, no tocante ao estudo da eficiência econômica existem duas linhas de pesquisa:

1. Modelos paramétricos, que procuram estimar a eficiência através da estimação da função de produção. Essa estimação pode ser determinística ou estocástica, cujo marco teórico é AIGNER, LOVELL; SCHMIDT (1977) and MEESEN & VAN DEN BROECK (1977).

2. Modelos não-paramétricos, com destaque para o DEA - "Data Envelopment Analysis" ou análise de envoltória de dados, utilizada para calcular uma medida de eficiência. Este segmento iniciou-se com o trabalho pioneiro de FARRELL (1957). CHARNES; COOPER & RHODES (1978) generalizaram o estudo, estendendo o modelo para múltiplos recursos e resultados na obtenção de um

indicador que atendesse ao conceito de eficiência de KOOPMANS (1951). A partir de então, a técnica de construção de fronteiras de eficiência tem sido bastante difundida.

O presente trabalho circunscreve-se ao segundo grupo e assim, objetiva compreender a eficiência do saneamento nas grandes cidades brasileiras utilizando a análise de envoltória dos dados tanto para uma tecnologia com retornos de escala fixa bem como retornos variáveis seguindo a modelagem aperfeiçoada por BANKER; CHARNES, & COOPER (1984). O compute da eficiência produtiva foi mensurado tanto para um período de tempo específico (2007), bem como em relação a dois pontos no tempo 2007 em comparação como 2002.

Este ensaio subdivide-se em quatro capítulos, compreendendo esta introdução; aspectos metodológicos; conclusões e referências bibliográficas.

II. Aspectos metodológicos:

Esquemáticamente o DEA consiste num problema de otimização onde para uma tecnologia de produção:

$$F(Y, X) = 0; \quad (1)$$

onde Y = produto e X = insumo, para cada firma "i" (ou DMU ", da sigla em inglês Decision Making Units, para indicar as unidades decisórias).

Obtem-se uma medida entre o seu produto(s) sobre o Insumo(m), medida por γ , conforme equação 2:

$$\gamma = \frac{\sum u_i y_i}{\sum v_j x_j} = \frac{u_1 y_{1i} + u_2 y_{2i} + \dots + u_s y_{si}}{v_1 x_{1i} + v_2 x_{2i} + \dots + v_m x_{mi}} \quad (2)$$

onde u = vetor de pesos da produção e v = vetor de pesos dos insumos.

O problema consiste encontrar os pesos ótimos que resolva a otimização condicionada dada em 3 a 4.c:

$$Max_{u,v} \gamma \quad (3)$$

restrita a:

$$\frac{\sum u_i' y_i}{\sum v_i' x_i} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, i; \quad (4.a)$$

$$u_{1i}, \dots, u_{Si} \geq 0; u \neq 0; \quad (4.b)$$

$$v_{1i}, \dots, v_{mi} \geq 0; v \neq 0 \quad (4.c)$$

O objetivo é estimar uma isoquanta (ótica do input) ou uma fronteira de possibilidades de produção (ótica do output) (para o caso de mais de um output denomina-se fronteira de transformação) de forma a habilitar o pesquisador a calcular as funções distância e assim medir eficiência e decompor as fontes de variação da sua produtividade.

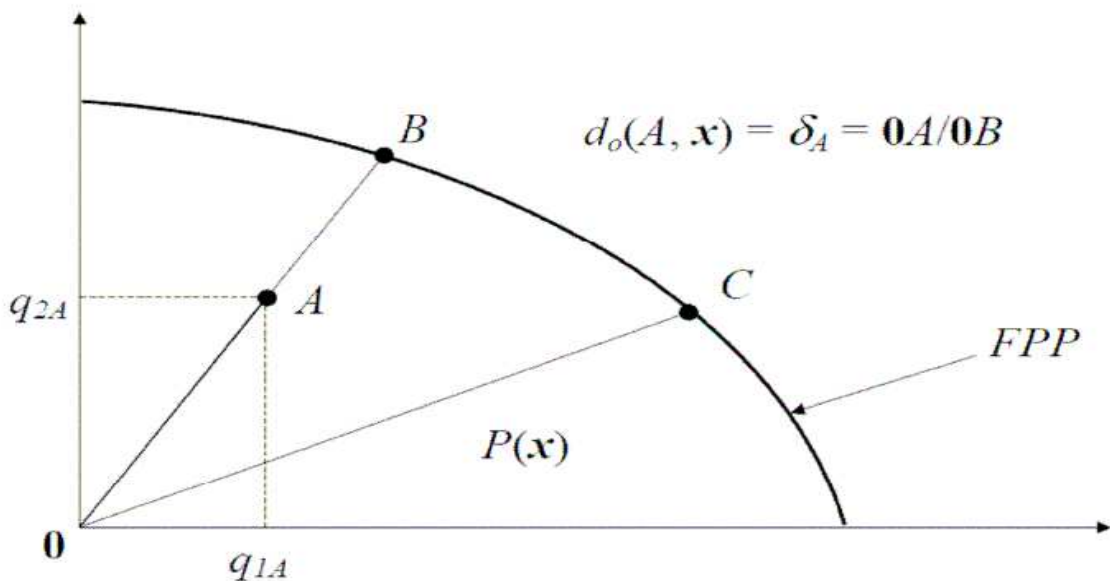
Para ilustrar o conceito de distância escolheu-se a ótica do output (produto) onde se mensura a distância como na função abaixo:

$$d_0 = \min\{\delta : (q/\delta) \in P(x)\} \quad (5)$$

d_0 significa distância pela ótica do produto; $P(x)$ é um conjunto de outputs associado ao vetor de inputs x ; q é o vetor de produtos possíveis para um dado x . δ é um número entre 0 e 1, o qual se deseja encontrar na hipótese de que x e q sejam dados.

Para se obter uma representação gráfica (figura 1), utilizou-se como exemplo uma tecnologia que considera apenas dois insumos 1 e 2 e um produto, representados aqui pelos pontos A,B,C que ilustram várias combinações possíveis entre q e x . A fronteira de possibilidades de produção (FPP) é representada pela curva. Nos pontos sobre a FPP a razão δ atinge seu valor máximo que é 1.

Figura 1



Observa-se pela ilustração acima que a B é mais eficiente que A, e que C possui a mesma eficiência que B, porém com combinações diferentes de insumos. As inclinações das retas que passam pela origem 0 aos pontos A, B, e C ilustram as diversas combinações possíveis entre os insumos 1 e 2 disponíveis para essa tecnologia, dada pela FPP. A distância medida por OA sobre OB revela a eficiência da planta A. Comparando-se os pontos A e C observa-se que com a mesma quantidade de insumo q_{2A} , C produz uma quantidade de produto maior que A, ou seja o insumo q_{2A} combinado com a quantidade q_{1A} , em A, está sendo desperdiçado haja vista que com um aumento em q_{1A} sem alterar a quantidade de q_{2A} a produção atinge o máximo possível à tecnologia disponível.

Como se pode perceber do exemplo citado acima, o método DEA requer apenas algumas propriedades incorporadas ao processo produtivo, tais como livre descarte *free disposal*, ou seja, quando há desperdício total de insumos, e convexidade. Além disso, as hipóteses assumidas para a relação entre *inputs* e *outputs* consideram a existência ou não de retornos de escala (crescentes, decrescentes, variáveis ou constantes). Uma boa revisão sobre as propriedades da função de produção pode ser consultada no capítulo 6 de COELI; RAO; O'DONNEL e BATTESE (2005)

A modelagem DEA possui algumas fragilidades como não permitir que se faça uso de teste de hipóteses, já que é uma forma de estimação não-paramétrica, e de ser bastante sensibilizada pela presença de dados atípicos, conhecidos como “outliers”. Entretanto, é bastante versátil podendo calcular facilmente a fronteira de possibilidades de produção ou transformação conforme o número de outputs possibilitando que se compare a eficiência entre diversas unidades tomadoras de decisão, as “DMU” mencionadas anteriormente.

Foram utilizados o DEA tanto se considerando retornos de escala fixa bem como retornos variáveis, seguindo a modelagem aperfeiçoada por BANKER; CHARNES, & COOPER (1984).

Haja vista a utilização de modelagem não paramétrica a presença de outliers afeta os resultados da envoltória sendo sua detecção e extração mister para validação dos resultados. Para este propósito foram utilizadas as técnicas Jackknife; Bootstrap e Jackstrap.

Neste trabalho utilizou-se o software gratuito DEASOLVER. <http://www.saitech-inc.com/products/DownloadDEA.asp>. que oferece uma interface fácil com o programa EXCEL da Microsoft.

II.a. Métodos de correção de outliers: Foram utilizados três métodos de correção de outliers: método de Jackknife, Bootstrap e Jackstrap. Vide notas de aula MIRANDA(2009).

II.a.1: Método de Jackknife:

O método de Jackknife precedeu o e Bootstrap e foi inicialmente apresentado por QUENOUILLE (1949), sendo aperfeiçoado por TURKEY(1958).

Sua técnica objetiva medir o peso de cada observação sobre as demais. Para tanto segue os passos:

1. Realizar cálculo DEA inicial. Coletar eficiências de todas as DMUs (n);
2. Retirar uma observação;
3. Calcular novamente as eficiências das demais. Coletar eficiências das DMUs (n-1);
4. Reincluir a DMU retirada no passo 2 e excluir alguma outra;
5. Voltar ao passo 2 até que todas as DMUs tenham sido excluídas uma vez;
6. Calcular o peso (leverage) de cada DMU com a seguinte fórmula (6):

$$\lambda_j^J = \sqrt{\frac{\sum_{k=1, k \neq j} (\theta_{kj} - \theta_k)^2}{n-1}} \quad (6)$$

onde λ_j é o peso da DMU j , θ_k é a eficiência da k -ésima DMU quando avaliada contra todas as outras DMUs, θ_{kj} é a eficiência da k -ésima DMU quando a j -ésima DMU é excluída e n é o número de DMUs no problema.

Assim pesos elevados são então associados a outliers por processos de distribuição estatísticos.

II.a.2:Método de Bootstrap: É uma técnica de detecção de *outliers*, posterior ao Jackknife. Foi desenvolvida por HESTERBERG; MOORE; MONAGHAN; CLIPSON e EPSTEIN(2003).

Consiste nos seguintes passos:

1. Selecionar “p” sub-amostras de tamanho “m”;
2. Calcular as eficiências de todas as DMUs para cada sub-amostra e colecioná-las;
3. Fazer a média das eficiências de cada DMU utilizando os valores de cada sub-amostra conforme equação (7):

$$\lambda_j^{BS} = \frac{\sum_{i=1} \theta_j^i}{n_j} \quad (7)$$

onde λ_j^{BS} o peso da DMU “j”, n_j é o de vezes que a DMU j aparece nas sub-amostras e θ_j^i é a eficiência da j -ésima DMU obtida na i -ésima sub-amostra.

II.a.3:Método Jack Strap: Consiste numa junção dos dois métodos mostrados acima, sendo que possui a vantagem de evitar o chamado efeito mascaramento que pode ocorrer quando se tem dois outliers muito próximos entre si. Este método consiste no procedimento abaixo:

1. Realizar cálculo DEA inicial. Colecionar eficiências de todas as DMUs (n);
2. Selecionar uma sub-amostra de tamanho m . Calcular as eficiências de todas as DMUs da sub-amostra (m) e colecioná-las;

3. Retirar uma observação da sub-amostra;
4. Calcular novamente as eficiências das demais DMUs da sub-amostra. Correlacionar eficiências das DMUs ($m-1$);
5. Calcular o peso de cada DMU em relação à sub-amostra, dado pela equação (8):

$$\lambda_{ji}^{JS} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1, k \neq j} (\theta_{kj}^i - \theta_k^i)^2}{m-1}} \quad (8)$$

onde λ_{ji}^{JS} é o peso da DMU j em relação à sub-amostra i , θ_k^i é a eficiência da k -ésima DMU em relação à sub-amostra i , θ_{kj}^i é eficiência da k -ésima DMU em relação à subamostra quando a j -ésima DMU é excluída.

6. Reincluir a DMU retirada no passo 3 e excluir alguma outra;
7. Voltar ao passo 3 até que todas as DMUs tenham sido excluídas uma vez;
8. Voltar ao passo 2 e repetir o processo p vezes.
9. Calcular o peso (leverage) de cada DMU com a fórmula(9):

$$\lambda_j^{JS} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^p (\lambda_{ji}^{JS} - \lambda_j^J)^2}{p-1}} \quad (9)$$

II.b.Variáveis:

A análise de envoltória de dados desenvolvida aqui considera os dados do Sistema Nacional sobre Informações sobre Saneamento - SNIS, do Ministério das Cidades, para o exercícios de 2002 e 2007. <http://www.snis.gov.br/>

Considerou-se como “output” a população atendida com água e esgoto. Como insumos, considerou-se o investimento com abastecimento em água e esgoto e o gasto com pessoal próprio e extensão da rede. Assim considerou-se 2 “output’s” e 4 “input’s”.

II.b.1:“Outputs”:

AG001 - População total atendida com abastecimento de água [habitante]

Valor da soma das populações urbana e rural—sedes municipais e localidades—atendidas com abastecimento de água pelo prestador de serviços, no último dia do ano de referência. Corresponde à população que é efetivamente servida com os serviços, ou seja, está associada à quantidade de economias residenciais ativas de água. No SNIS é adotado o valor estimado pelo próprio prestador de serviços e corresponde à soma das informações AG025 e AG026. Não deve ser confundida com a população total dos municípios atendidos com abastecimento de água, identificada pelo código G12a. A população AG001 deve ser menor ou igual à população da informação G12a.

UNIDADE: habitante REFERÊNCIAS: AG013; AG025; AG026; X035; X040; X050; X095; X115;

ES001 - População total atendida com esgotamento sanitário [habitante]

Valor da soma das populações urbana e rural —sedes municipais e localidades—atendidas com esgotamento sanitário pelo prestador de serviços, no último dia do ano de referência. Corresponde à população que é efetivamente servida com os serviços, ou seja, está associada à quantidade de economias residenciais ativas de esgoto. No SNIS é adotado o valor estimado pelo próprio prestador de serviços e corresponde à soma das informações ES025 e ES026. Não deve ser confundida com a população total dos municípios atendidos com esgotamento sanitário, identificada pelo código G12b. A população ES001 deve ser menor ou igual à população da informação G12b.

UNIDADE: habitante REFERÊNCIAS: ES008; ES025; ES026; X035; X040; X050; X095; X115; X125;

II.b.2: “Inputs”:

FN023 - Investimento realizado em abastecimento de água [R\$/ano]

Valor anual investido em equipamentos e instalações incorporados aos sistemas de abastecimento de água contabilizado em Obras em Andamento ou no Imobilizado Operacional do Ativo Imobilizado. O SNIS coleta informações sobre os investimentos segundo o destino dos recursos (informações FN023, FN024 e FN025) e também segundo a origem dos recursos (informações FN030, FN031 e FN032). O resultado da soma de FN023, FN024 e FN025 deve ser igual ao da soma de FN030, FN031 e FN032.

FN024 - Investimento realizado em esgotamento sanitário [R\$/ano]

Valor anual investido em equipamentos e instalações incorporados aos sistemas de esgotamento sanitário, contabilizado em Obras em Andamento ou no Imobilizado Operacional do Ativo Imobilizado. O SNIS coleta informações sobre os investimentos segundo o destino dos recursos (informações FN023, FN024 e FN025) e também segundo a origem dos recursos (informações FN030, FN031 e FN032). O resultado da soma de FN023, FN024 e FN025 deve ser igual ao da soma de FN030, FN031 e FN032. Informações financeiras UNIDADE: [R\$/ano]

AG005 - Extensão da rede de água [km]

Comprimento total da malha de distribuição de água, incluindo adutoras, subadutoras e redes distribuidoras e excluindo ramais prediais, operada pelo prestador de serviços, no último dia do ano de referência.

UNIDADE: km REFERÊNCIAS: X035; X115

IN031 - Margem da despesa com pessoal próprio [percentual]

Despesas com Pessoal Próprio/Receita Operacional Direta (Água Esgoto Água Exportada Esgoto Importado).

A abrangência selecionada na consulta é regional, ou seja, não se considera o município e sim a região metropolitana.

A intuição é que o número de habitantes servidos com água e esgoto indique a demanda atendida com a atividade das empresas de saneamento das cidades, razão pela qual se escolheu essas variáveis como *output*.

Em relação aos insumos as variáveis de investimento extensão da rede e despesa com pessoal funcionem como “*proxis*” de capital e trabalho.

As empresas de saneamento das cidades são consideradas como DMU, desconsiderando-se que possam existir cidades onde ocorra a existência de mais de uma empresa de saneamento. Abaixo a tabela que ilustra as cidades citadas neste trabalho:

Tabela 1: cidades consideradas no estudo

cidades	DMU	cidades	DMU
Aracaju	1	Manaus	14
Belém	2	Natal	15
Belo Horizonte	3	Palmas	16
Boa Vista	4	Porto Alegre	17
Brasília	5	Porto Velho	18
Campo Grande	6	Recife	19
Curitiba	7	Rio Branco	20
Florianópolis	8	Rio de Janeiro	21
Fortaleza	9	Salvador	22
Goiânia	10	São Luís	23
João Pessoa	11	São Paulo	24
Macapá	12	Teresina	25
Maceió	13	Vitória	26

II.c: Resultados encontrados:

Aplicando o DEA com retornos constantes de escala obteve-se o resultado do ranqueamento da eficiência de saneamento nas cidades sob estudo constantes na Tabela 2, abaixo:

Tabela 2: Eficiência cidades consideradas no estudo

cidades	DMU	cidades	DMU
Aracaju	0,56139	Manaus	1
Belém	0,7688	Natal	0,67095
Belo Horizonte	0,71146	Palmas	0,40482
Boa Vista	0,47668	Porto Alegre	1
Brasília	1	Porto Velho	0,53369
Campo Grande	0,42081	Recife	1
Curitiba	0,58671	Rio Branco	0,3624
Florianópolis	0,40293	Rio de Janeiro	1
Fortaleza	0,79509	Salvador	1
Goiânia	0,60824	São Luís	1
João Pessoa	1	São Paulo	1
Macapá	0,68892	Teresina	0,86948
Maceió	0,9108	Vitória	0,63341

Rodando para retornos de escala variável (BCC) desconsiderando que a empresa de saneamento esteja produzindo fora da escala ótima obteve-se os resultados conforme Tabela 2 b:

Tabela 2 b:eficiência cidades consideradas no estudo BCC

idades	DMU	idades	DMU
Aracaju	0,56323	Manaus	1
Belém	0,9999	Natal	1
Belo Horizonte	0,73687	Palmas	0,99989
Boa Vista	1	Porto Alegre	1
Brasília	1	Porto Velho	1
Campo Grande	1	Recife	1
Curitiba	0,63397	Rio Branco	0,42348
Florianópolis	0,40818	Rio de Janeiro	1
Fortaleza	1	Salvador	1
Goiânia	0,62755	São Luís	1
João Pessoa	1	São Paulo	1
Macapá	1	Teresina	0,87907
Maceió	0,9477	Vitória	1

No geral todas as cidades melhoram suas eficiências técnicas mas as que merecem destaque são: Boa Vista; Campo Grande; Fortaleza; Natal; Porto Velho e Vitória, indicando que as mesmas estão fora da escala de produção ótima.

Os cálculos realizados permitem observações surpreendentes, como o caso de Aracajú; Belo Horizonte; Curitiba; Florianópolis; Goiânia e Rio Branco, mostrados na tabela 3 abaixo:

Tabela 3: Composição dos fatores utilizados pelas cidades na produção de saneamento

	DMU I/O	1/Score Data	Projection	Difference	%
Aracaju	1	1,7754688			
	inv com abst agua	15093041	5765969,6	-9327071,1	-61,80%
	inv com esgoto	1076057,5	1076057,5	0	0,00%
	extensão da rede de água Km	5571	5571	0	0,00%
	desp com pessoal próprio %	43,02	43,02	0	0,00%
	pop com abast. agua	1444058	2563879,9	1119821,88	77,55%
	pop com esgoto	237196	539247,3	302051,295	127,34%
Belo Horizonte	3	1,3570997			
	inv com abst agua	228830311	165127345	-63702966	-27,84%
	inv com esgoto	390034725	258098821	-131935904	-33,83%
	extensão da rede de água Km	39698,41	39698,41	0	0,00%
	desp com pessoal próprio %	26,86	23,155088	-3,7049117	-13,79%
	pop com abast. agua	11985070	16264935	4279865,32	35,71%
	pop com esgoto	6244333	11148698	4904364,62	78,54%
Curitiba	7	1,5773652			
	inv com abst agua	137426279	137426279	0	0,00%
	inv com esgoto	175317427	175317427	0	0,00%
	extensão da rede de água Km	39171,44	38751,659	-419,78071	-1,07%
	desp com pessoal próprio %	26,82	21,087299	-5,7327008	-21,37%
	pop com abast. agua	8543182	13475718	4932535,57	57,74%
	pop com esgoto	4438491	8229008,2	3790517,19	85,40%
Florianópolis	8	2,4498727			
	inv com abst agua	7273514	7273514	0	0,00%
	inv com esgoto	42855390	42855390	0	0,00%
	extensão da rede de água Km	11529,2	11529,2	0	0,00%
	desp com pessoal próprio %	35,91	34,135433	-1,7745668	-4,94%
	pop com abast. agua	2305089	5647174,6	3342085,65	144,99%
	pop com esgoto	319538	1954816,5	1635278,49	511,76%
Goiânia	10	1,5934912			
	inv com abst agua	72984334	72984334	0	0,00%
	inv com esgoto	47053312	47053312	0	0,00%
	extensão da rede de água Km	19845,27	19845,27	0	0,00%
	desp com pessoal próprio %	30,02	21,864947	-8,1550531	-27,17%
	pop com abast. agua	4360683	7436214,6	3075531,62	70,53%
	pop com esgoto	1752750	2792991,7	1040241,66	59,35%
Rio Branco	20	2,3614111			
	inv com abst agua	342127,79	342127,79	0	0,00%
	inv com esgoto	0	0	0	0,00%
	extensão da rede de água Km	692,7	552,13777	-140,56223	-20,29%
	desp com pessoal próprio %	327,37	218,1132	-109,2568	-33,37%
	pop com abast. agua	114527	270445,33	155918,33	136,14%
	pop com esgoto	0	21058,782	21058,7817	999,90%

Como a Tabela 3 acima demonstra as cidades de Rio Branco; Goiânia ; Curitiba e Belo Horizonte possuem um gasto com pessoal, medido pela margem de pessoal próprio, muito elevado devendo reduzi-lo de 33,37%;27,17%; 21,37% e 13,79%, respectivamente. No outro lado Aracaju encontra-se com um baixo índice de eficiência devido ao baixo investimento em abastecimento d'água.

Todas as cidades listadas acima devem incrementar o atendimento tanto de água como de esgoto, sendo a situação mais crítica a de Rio Branco, que além de demandar mais serviços de saneamento de água e esgoto, ainda possui uma extensão de rede grande 21% além do ideal.

A suspeita de *outliers* se justifica, pois as informações sobre saneamento indicam que o Nordeste possui performance inferior ao saneamento do Sudeste, não apenas por questões de escala.

Assim a detecção dos *outliers* torna-se necessária, como comentado anteriormente na parte metodológica.

II.c:Detecção de outliers:

II.c.a:técnica Jackknife:

Utilizando a técnica Jackknife obteve-se os seguintes outliers:

Manaus, com peso igual a **0,1153184**; **Aracaju**: **0,1126463**; **São Luís**: **0,0950553**; **Rio de Janeiro**: **0,0825694** e **São Paulo** com **0,0824582**.

A tabela abaixo ilustra os pesos obtidos pela técnica Jackknife:

Tabela 4: Computo dos pesos obtidos pelo método Jackknife

Painel																										
θ	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}	θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}	θ_{14}	θ_{15}	θ_{16}	θ_{17}	θ_{18}	θ_{19}	θ_{20}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}	θ_{24}	θ_{25}	θ_{26}
0,56	0,00	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	1,00	0,56	0,56	0,56
1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,74	0,74	0,74	0,00	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,79	0,74	0,74	1,00	0,74
1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,00	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,64	0,67	0,63	0,95	0,63
0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,00	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,82	0,41	0,49	0,41	0,41
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,00	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,67	0,63	0,63	0,66	0,63	0,69	0,63	0,63
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,00	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,00	0,42	0,42	0,53	0,42	0,42	0,42
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,89	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	1,00	0,88	0,00
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00

II.c.b.técnica Bootstrap:

Já utilizando a técnica de Bootstrap com 5 sub-amostras de tamanho 10, obtivemos, mostradas na tabela abaixo:

Tabela 5: sub-amostras de tamanho 10

sub 1	sub 2	sub 3	sub 4	sub 5
3	2	6	2	3
4	3	1	2	5
7	5	4	8	6
10	6	6	10	6
11	9	11	12	8
11	14	13	17	17
12	15	18	19	17
12	16	19	20	18
20	16	22	23	19
23	22	23	25	21

Assim rodou-se o DEA (BCC) e obteve-se as eficiências para as respectivas DMU's

– Tabela 6:

Tabela 6: Eficiência das sub-amostras para DEA(BCC)

sub 1		sub 2		sub 3		sub 4		sub 5	
DMU	Score	DMU	Score	DMU	Score	DMU	Score	DMU	Score
3	1	2	1	1	0,56634	2	1	3	1
4	1	3	1	4	1	2	1	5	1
7	1	5	1	6	1	8	1	6	1
10	1	6	1	6	1	10	1	6	1
11	1	9	1	11	1	12	1	8	0,508176
11	1	14	1	13	1	17	1	17	1
12	1	15	1	18	1	19	1	17	1
12	1	16	1	19	1	20	1	18	1
20	1	16	1	22	1	23	1	19	1
23	1	22	1	23	1	25	0,891522	21	1

Com exceção das DMU nº 26 (Vitória), peso: 0; DMU nº1 (Aracaju), peso: **0,566339914**; DMU nº 8 (Florianópolis), peso: **0,754088194** e DMU nº 25 (Teresina) peso: **0,8915218**, as demais cidades apresentaram peso igual a 1, candidatando-se como outliers. No Bootstrap o peso é obtido pela média dos pesos observados assim, por exemplo, o peso de Florianópolis corresponde a média de 1, obtido na sub-amostra 4 mais 0,508176, obtido na sub-amostra 5.

//c.c técnica Jackstrap:

Aplicou-se a técnica Jackstrap selecionando a sub-amostra 3 e aplicando obtendo o seguinte painel:

Tabela 7:

painel para sub-amostra 3 de tamanho 10									
θ	$\theta 1$	$\theta 4$	$\theta 6$	$\theta 11$	$\theta 13$	$\theta 18$	$\theta 19$	$\theta 22$	$\theta 23$
1		0,0000	0,0000	0,0033	0,0018	0,0000	0,0000	0,0000	0,4337
4	0,0000		0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337
6	0,0000	0,0000		0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337
11	0,0000	0,0000	0,4337		0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337
13	0,0000	0,0000	0,4337	0,4337		0,4337	0,4337	0,4337	0,4337
18	0,0000	0,0000	0,4337	0,4337	0,4337		0,4337	0,4337	0,4337
19	0,0000	0,0000	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337		0,4337	0,4337
22	0,0000	0,0000	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337		0,4337
23	0,0000	0,0000	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	0,4337	
pesos	0,0000	0,0000	0,4057	0,4057	0,4057	0,4057	0,4057	0,4057	0,4337

Como demonstrado acima São Luiz (DMU nº 23), é um candidato a outlier, pois obteve o maior peso **0,4337**, corroborando o resultado encontrado anteriormente pela aplicação da técnica Jackknife.

Interessante observar que as DMU's 6; 11; 13; 18; 19; 22 e 23 tratam-se

das capitais: Campo Grande; João Pessoa; Maceió; Porto Velho; Recife; Salvador e São Luis, confirmando a suspeita que as cidades do Nordeste representam *outliers*.

Excluindo os outliers obtidos via Jackknife, Manaus; São Luis; Rio de Janeiro e São Paulo, obteve-se os seguinte dados no DEASOLVER(vide Tabela 8 ANEXO).

Excluindo os outliers via Jackstrap, Campo Grande; João Pessoa; Maceió; Porto Velho; Recife; Salvador e São Luis, (vide Tabela 9 ANEXO).

II.d:Mudança tecnológica:

Como existe uma série muito rica tanto em detalhamento como em períodos é perfeitamente possível verificar se houve incremento na eficiência das empresas de saneamento das cidades ao longo do tempo.

Assim considerando os períodos de 2000 e 2007, obtemos as seguintes eficiências para as DMU respectivas – Tabela 10:

Tabela 10: Eficiência produtiva- comparação temporal

2007		2000	
DMU	Score	DMU	Score
1	1	1	0,72435825
2	1	2	1
3	0,736866	3	1
4	1	4	1
5	1	5	1
7	0,670233	7	1
8	0,531	8	0,51973754
9	1	9	0,93964911
10	0,793083	10	0,62846879
12	1	12	1
14	1	14	1
15	1	15	1
16	1	16	0,81724686
17	1	17	1
20	0,648985	20	1
21	1	21	1
24	1	24	1
25	1	25	1
26	1	26	1

Model Name = DEA-Solver Pro5.0/ BCC(BCC-O)
Returns to Scale = Variable (Sum of Lambda = 1)

Assim por exemplo, para o caso específico de Goiânia podemos verificar se o ganho de eficiência no setor de saneamento entre 2000 e 2007 deveu-se à mudanças tecnológicas ou se foi devido ao esforço individual daquela localidade.

Assim para medir a modificação na tecnologia, com base em 2000, já existe uma parte da informação que é $\theta_{10(2000)} = 0,62846879$.

Falta, portanto obter um θ_{10} que provenha dos dados de output e *input* de Goiânia de 2000 comparados às demais DMU's com dados de 2007 onde obteve-se: $\theta_{10(2007)} = 1$

Assim $t = 1/0,62846879 = 1,59$.

Embora Goiânia esteja abaixo de muitas cidades brasileiras, entre 2000 a 2007, a mesma investiu em tecnologia sendo que o incremento na eficiência não foi na mesma magnitude do aumento naquela devido à deficiências na distribuição de água e esgoto.

III. Conclusões do trabalho:

Observa-se que além de Goiânia, Belo Horizonte, Curitiba, Florianópolis e Fortaleza Natal, Palmas, Rio Branco e Vitória apresentam maiores deficiências que as demais capitais.

Belo Horizonte e Curitiba têm que aumentar a oferta de água e esgoto à população; Florianópolis tem que focar seus esforços no aumento da oferta de esgoto; Fortaleza tem que aplicar mais eficientemente seus investimentos em abastecimento de água; Rio Branco pode incrementar a oferta de abastecimento de água e também de esgoto.

Curitiba; Florianópolis e Rio Branco possuem uma extensão de rede muito grande o que prejudica a eficiência dos serviços.

Considerando os dados de 2002 comparados com 2007 verificou-se que a cidade de Goiânia apresentou um incremento em sua eficiência que podem ter sido originados tanto por mudanças tecnológicas como esforço individual daquela localidade. Assim embora Goiânia esteja abaixo das cidades consideradas no estudo, entre 2000 a 2007, a mesma investiu em tecnologia sendo que o incremento na eficiência não foi na mesma magnitude do aumento naquela devido à deficiências na distribuição de água e esgoto.

Por fim embora o DEA não seja um estudo paramétrico, não permitindo a utilização da inferência estatística para se testar hipóteses para verificar, por exemplo, se o sistema de saneamento das cidades de Goiânia, Belo Horizonte, Curitiba, Florianópolis e Fortaleza Natal, Palmas, Rio Branco e Vitória são mais deficientes por serem terem tido sua implementação mais recentemente ou se isso se deve a outras características como topologia do solo e outros, possui a virtude de relacionar a eficiência produtiva de uma DMU específica à média sendo isso por si só um elemento a mais a ser considerado na implementação de políticas públicas, no caso estudado aqui, na política de saneamento.

Uma sugestão para novos estudos nessa área devem considerar não só a eficiência produtiva, como apresentado neste ensaio, mas também a eficiência alocativa para se ter uma real dimensão da eficiência econômica.

IV. Referências Bibliográficas:

1. AGÉNOR, P.R. and NEANIDIS, K.C. **The Allocation of Public Expenditure and Economic Growth** in The Manchester School Vol 79 No. 4 899–931, 2011.
2. AIGNER, D.J.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT and MEESEN & VAN DEN BROECK **Formulation and estimation of stochastic frontier production function models**. *Journal of Econometrics*. North-Holland, v. 6, p. 21-37, 1977.
3. BANKER, R.D.; CHARNES, R.F.; COOPER, W.W. **Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis**, in Management Science, vol. 30, pp. 1078–1092. 1984.
4. BRASIL, Associação das Empresas de Saneamento Básico Estaduais – AESB. **Prestação dos serviços de abastecimento de água e de esgotamento sanitário no Brasil** Memorial Técnico, Junho de 2008.
5. _____: Sistema Nacional sobre Informações sobre Saneamento - SNIS, do Ministério das Cidades, para o exercícios de 2002 e 2007 <http://www.snis.gov.br/>.
6. CAVINATTO, V. M. **Saneamento básico: fonte de saúde e bem-estar**. São Paulo: Ed. Moderna, 1992.
7. CHARNES, A.W. COOPER, & RHODES, E. **Measuring the efficiency of decision-making units** in European Journal of Operational Research vol. 2, pp. 429–444, 1978.
8. COELI, T.; PRASADA RAO, D.S.; O'DONNELL; C.J. and BATTESE, G.E. **An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis**, 2005.
9. DEASOLVER <http://www.saitech-inc.com/products/DownloadDEA.asp>.
10. FARRELL, M.J. **The Measurement of productive Efficiency** in Journal of the Royal Statistical Society vol. 120, pp. 253–281, 1957;
11. HESTERBERG, T.; MOORE, D.S.; MONAGHAN, S.; CLIPSON, A.; EPSTEIN, R. **Bootstrap methods and permutation tests** in: The practice of business statistics. New York: W. H. Freeman, 2003.
12. KOOPMANS, T.C. (Ed) **Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities** in Activity Analysis of Production and Allocation, Wiley, New York, 1951.
13. MIRANDA; R.B **Notas de aula de Economia Regional IV** Universidade Católica de Brasília, setembro 2009.
14. QUENOUILLE, M. **Notes on Bias in Estimation**, Biometrika, vol. 43, pp. 353-360, 1956.
15. RIBEIRO, J. W. e ROOKE, J.M.S. **Saneamento básico e sua relação com o meio ambiente e a saúde pública**. Juiz de Fora 2010.
16. TURKEY, J. **Bias and confidence in not-quite large samples**, Annals of Mathematical Statistics, vol. 29, p. 614, 1958.

ANEXO

Tabela 8

Model Name = DEA-Solver Pro5.0 / BCC(BCC-O) Returns to Scale = Variable (Sum of Lambda = 1; Workbook Name = C:\Documents and Settings\João\Meus documentos\deapasta sem outliers.xls						
No.	DMU I/O	1/Score Data	Projection	Difference	%	
Belém		2				
	inv com abst agua	18209862	18209862	0	0,00%	
	inv com esgoto	282259,86	282259,86	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	5054,3	5054,3	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	40,61	40,61	0	0,00%	
Belo Horizonte		3				
	pop com abast. agua	1798238	1798238	0	0,00%	
	pop com esgoto	83778	83778	0	0,00%	
	inv com abst agua	228830311	228830311	0	0,00%	
	inv com esgoto	390034725	390034725	0	0,00%	
Boa Vista		4				
	extensão da rede de água Km	39698,41	39698,41	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	26,86	26,86	0	0,00%	
	pop com abast. agua	11985070	11985070	0	0,00%	
	pop com esgoto	6244333	6244333	0	0,00%	
Brasília		5				
	inv com abst agua	1991018,2	1991018,2	0	0,00%	
	inv com esgoto	9906,03	9906,03	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	1499,2	1499,2	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	48,18	48,18	0	0,00%	
Campo Grande		6				
	pop com abast. agua	329364	329364	0	0,00%	
	pop com esgoto	49946	49946	0	0,00%	
	inv com abst agua	67765014	67765014	0	0,00%	
	inv com esgoto	44755593	44755593	0	0,00%	
Curitiba		7				
	extensão da rede de água Km	6991	6991	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	33,18	33,18	0	0,00%	
	pop com abast. agua	2334475	2334475	0	0,00%	
	pop com esgoto	236270	236270	0	0,00%	
Florianópolis		8				
	inv com abst agua	144332	144332	0	0,00%	
	inv com esgoto	137426279	137426279	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	2962740	2962740	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	39171,44	39171,44	0	0,00%	
Fortaleza		9				
	pop com abast. agua	26,82	26,82	0	0,00%	
	pop com esgoto	8543182	8543182	0	0,00%	
	inv com abst agua	4438491	4438491	0	0,00%	
	inv com esgoto	7273514	7273514	0	0,00%	
Goianá		10				
	extensão da rede de água Km	42866390	42866390	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	11529,2	11529,2	0	0,00%	
	pop com abast. agua	35,91	35,91	0	0,00%	
	pop com esgoto	2305089	2305089	0	0,00%	
João Pessoa		11				
	inv com abst agua	311338	311338	0	0,00%	
	inv com esgoto	26567798	26567798	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	38404630	38404630	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	9400	9400	0	0,00%	
Macapá		12				
	pop com abast. agua	22,46	22,46	0	0,00%	
	pop com esgoto	3703416	3703416	0	0,00%	
	inv com abst agua	1369975	1369975	0	0,00%	
	inv com esgoto	14656619	14656619	0	0,00%	
Maceió		13				
	extensão da rede de água Km	72984334	72984334	-27581566	-37,79%	
	desp com pessoal próprio %	47053312	47053312	0	0,00%	
	pop com abast. agua	13646,27	13646,27	0	0,00%	
	pop com esgoto	30,02	24,944054	-5,075946	-16,91%	
Natal		14				
	inv com abst agua	4360683	4360683	0	0,00%	
	inv com esgoto	1727750	1727750	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	6523502,8	6523502,8	2161820	49,58%	
	desp com pessoal próprio %	73651,6	73651,6	0	0,00%	
Palmas		15				
	pop com abast. agua	36228653	36228653	0	0,00%	
	pop com esgoto	40325807	40325807	0	0,00%	
	inv com abst agua	4364,17	4364,17	0	0,00%	
	inv com esgoto	38,99	38,99	0	0,00%	
Porto Alegre		16				
	extensão da rede de água Km	2609737	2609737	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	702954	702954	0	0,00%	
	pop com abast. agua	1832070,9	1832070,9	0	0,00%	
	pop com esgoto	91094,21	91094,21	0	0,00%	
Porto Velho		17				
	inv com abst agua	932,6	932,6	0	0,00%	
	inv com esgoto	50,44	50,44	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	293065	293065	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	28295	28295	0	0,00%	
Recife		18				
	inv com abst agua	31493407	31493407	0	0,00%	
	inv com esgoto	1332232,6	1332232,6	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	349,9	349,9	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	46,99	46,99	0	0,00%	
Salvador		19				
	pop com abast. agua	1482316	1482316	0	0,00%	
	pop com esgoto	294292	294292	0	0,00%	
	inv com abst agua	17198834	17198834	0	0,00%	
	inv com esgoto	2942340	2942340	-1154,672	0,00%	
Teresina		20				
	extensão da rede de água Km	5811,66	5811,66	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	32,02	32,02	0	0,00%	
	pop com abast. agua	1994003	1994003	0	0,00%	
	pop com esgoto	4587727	4587727,79	47,79258	0,11%	
Vitória		21				
	inv com abst agua	9122060,3	9122060,3	0	0,00%	
	inv com esgoto	11254976	11254976	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	6086,11	6086,11	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	33,16	33,16	0	0,00%	
Rio Branco		22				
	pop com abast. agua	100500	100500	0	0,00%	
	pop com esgoto	121409	121457,28	48,27911	0,04%	
	inv com abst agua	49337986	49337986	0	0,00%	
	inv com esgoto	12309362	12309362	0	0,00%	
Rio de Janeiro		23				
	extensão da rede de água Km	23924	23924	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	30,64	30,64	0	0,00%	
	pop com abast. agua	5772047	5772047	0	0,00%	
	pop com esgoto	608552	608552	0	0,00%	
Rio Grande		24				
	inv com abst agua	2274386,9	2274386,9	0	0,00%	
	inv com esgoto	0	0	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	2584,4	2584,4	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	50,8	50,8	0	0,00%	
Rio de Janeiro		25				
	pop com abast. agua	634167	634167	0	0,00%	
	pop com esgoto	16292	16292	0	0,00%	
	inv com abst agua	81341488	81341488	0	0,00%	
	inv com esgoto	11789569	11789569	0	0,00%	
Rio de Janeiro		26				
	extensão da rede de água Km	12308,35	12308,35	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	20,31	20,31	0	0,00%	
	pop com abast. agua	5574786	5574786	0	0,00%	
	pop com esgoto	1417673	1417673	0	0,00%	
Rio de Janeiro		27				
	inv com abst agua	422127,79	422127,79	0	0,00%	
	inv com esgoto	0	0	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	592,7	592,7	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	327,37	327,37	0	0,00%	
Rio de Janeiro		28				
	pop com abast. agua	114527	114527	0	0,00%	
	pop com esgoto	0	0	0	0,00%	
	inv com abst agua	30055000	30055000	0	0,00%	
	inv com esgoto	52691000	52691000	0	0,00%	
Rio de Janeiro		29				
	extensão da rede de água Km	26979,79	26979,79	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	21,69	21,69	0	0,00%	
	pop com abast. agua	8633044	8633044	0	0,00%	
	pop com esgoto	2819617	2819617	0	0,00%	
Rio de Janeiro		30				
	inv com abst agua	7263390,6	7263390,6	0	0,00%	
	inv com esgoto	543749,09	543749,09	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	4442	4442	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	64,67	64,67	0	0,00%	
Rio de Janeiro		31				
	pop com abast. agua	1781317	1781317	0	0,00%	
	pop com esgoto	145613	145613	0	0,00%	
	inv com abst agua	58892414	58891691	-723,6633	0,00%	
	inv com esgoto	19265365	19265365	0	0,00%	
Rio de Janeiro		32				
	extensão da rede de água Km	6277,64	6277,64	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	25,32	25,32	0	0,00%	
	pop com abast. agua	1961456	1961456	0	0,00%	
	pop com esgoto	594830	594830	0	0,00%	

Tabela 9

Model Name = DEA-Solver Pro5.0/ BCC(BCC-O) Returns to Scale = Variable (Sum of Lambda = 1)						
No.	DMU I/O	1/Score Data	Projection	Difference	%	
1	inv com abst agua	1	Aracaju			
	inv com esgoto	15093041	15093041	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	1075057,5	1075057,5	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	5571	5571	0	0,00%	
	pop com abast. agua	43,02	43,02	0	0,00%	
	pop com esgoto	1444058	1444058	0	0,00%	
2	inv com abst agua	2	Belém			
	inv com esgoto	18209852	18209852	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	282259,85	282259,85	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	5054,3	5054,3	0	0,00%	
	pop com abast. agua	40,61	40,61	0	0,00%	
	pop com esgoto	1786238	1786238	0	0,00%	
3	inv com abst agua	3	Belo Horizonte			
	inv com esgoto	83778	83778	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	13570997	13570997	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	228830311	165127345	-63702966	-27,84%	
	pop com abast. agua	390034725	258098821	-131935904	-33,83%	
	pop com esgoto	38656,41	38656,41	0	0,00%	
4	inv com abst agua	4	Bom Vista			
	inv com esgoto	23,155038	23,155038	-3,7049117	-13,79%	
	extensão da rede de água Km	11985070	16264935	4279865,3	35,71%	
	desp com pessoal próprio %	6244333	11148698	4904364,6	78,54%	
	pop com abast. agua	1991018,2	1991018,2	0	0,00%	
	pop com esgoto	9905,03	9905,03	0	0,00%	
5	inv com abst agua	5	Brasília			
	inv com esgoto	1439,2	1439,2	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	48,18	48,18	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	329364	329364	0	0,00%	
	pop com abast. agua	49346	49346	0	0,00%	
	pop com esgoto	67765014	67765014	0	0,00%	
6	inv com abst agua	6	Curitiba			
	inv com esgoto	44755593	44755593	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	6991	6991	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	33,18	33,18	0	0,00%	
	pop com abast. agua	2334475	2334475	0	0,00%	
	pop com esgoto	2296270	2296270	0	0,00%	
7	inv com abst agua	7	Florianópolis			
	inv com esgoto	1,4920181	1,4920181	-70005447	-50,94%	
	extensão da rede de água Km	137426279	67420332	-70706247	-51,46%	
	desp com pessoal próprio %	175317427	175317427	0	0,00%	
	pop com abast. agua	39171,44	27808,792	-11362,648	-29,01%	
	pop com esgoto	26,82	24,850268	-1,9697319	-7,34%	
8	inv com abst agua	8	Fortaleza			
	inv com esgoto	8543182	12746582	4203400	49,20%	
	extensão da rede de água Km	4438491	7084668,2	2646177,2	59,62%	
	desp com pessoal próprio %	1,8832385	1,8832385	0	0,00%	
	pop com abast. agua	42855390	42855390	0	0,00%	
	pop com esgoto	11529,2	9405,5541	-2123,6459	-18,42%	
9	inv com abst agua	9	Foz de Iguaçu			
	inv com esgoto	2305089	4341032,3	2035943,3	88,32%	
	extensão da rede de água Km	319538	1540352,9	1220814,9	382,06%	
	desp com pessoal próprio %	26567798	26567404	-394,37214	0,00%	
	pop com abast. agua	38404530	38404530	0	0,00%	
	pop com esgoto	9406	9406	0	0,00%	
10	inv com abst agua	10	Goiania			
	inv com esgoto	22,45	22,45	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	3703415	3703415	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	1356975	1356975	0	0,00%	
	pop com abast. agua	1,2609013	1,2609013	-3246396,7	-4,45%	
	pop com esgoto	72984334	69737937	-3246396,7	-4,45%	
11	inv com abst agua	11	Macapá			
	inv com esgoto	4705312	4705312	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	19845,27	19601,892	-243,37846	-1,23%	
	desp com pessoal próprio %	30,02	30,02	0	0,00%	
	pop com abast. agua	4360683	5498391	1137708	26,08%	
	pop com esgoto	762720	2210044	1447324	189,76%	
12	inv com abst agua	12	Manaus			
	inv com esgoto	1832070,9	1832070,9	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	91094,21	91094,21	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	932,5	932,5	0	0,00%	
	pop com abast. agua	50,44	50,44	0	0,00%	
	pop com esgoto	25635	25635	0	0,00%	
13	inv com abst agua	13	Natal			
	inv com esgoto	157602,25	157602,25	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	0	0	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	345,87	345,87	0	0,00%	
	pop com abast. agua	176471	176471	0	0,00%	
	pop com esgoto	0	0	0	0,00%	
14	inv com abst agua	14	Palmas			
	inv com esgoto	17188834	17188834	-520,63265	0,00%	
	extensão da rede de água Km	29453240	29453240	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	5611,56	5611,56	0	0,00%	
	pop com abast. agua	32,02	32,02	0	0,00%	
	pop com esgoto	1994003	1994003	0	0,00%	
15	inv com abst agua	15	Porto Alegre			
	inv com esgoto	458727	458727	21,531418	0,00%	
	extensão da rede de água Km	9122060,3	9122060,3	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	11254976	11254976	0	0,00%	
	pop com abast. agua	6085,11	6085,11	0	0,00%	
	pop com esgoto	33,15	33,15	0	0,00%	
16	inv com abst agua	16	Rio Branco			
	inv com esgoto	1005900	1005900	11,609703	0,00%	
	extensão da rede de água Km	121409	121409	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	121409	121409	0	0,00%	
	pop com abast. agua	608552	608552	0	0,00%	
	pop com esgoto	1,5408681	1,5408681	-184525,54	-53,93%	
17	inv com abst agua	17	Rio de Janeiro			
	inv com esgoto	342127,79	342127,79	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	692,7	345,87	-346,83	-50,07%	
	desp com pessoal próprio %	327,37	224,95	-102,52	-31,32%	
	pop com abast. agua	114527	176471	61944	54,09%	
	pop com esgoto	0	0	0	0,00%	
18	inv com abst agua	18	São Paulo			
	inv com esgoto	21	0	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	118195437	118195437	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	19604,55	19604,55	0	0,00%	
	pop com abast. agua	26,02	26,02	0	0,00%	
	pop com esgoto	10318798	10318798	0	0,00%	
19	inv com abst agua	19	Teresina			
	inv com esgoto	4280349	4280349	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	351014498	351014498	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	415590859	415590859	0	0,00%	
	pop com abast. agua	62318,47	62318,47	0	0,00%	
	pop com esgoto	19,93	19,93	0	0,00%	
20	inv com abst agua	20	Vitória			
	inv com esgoto	22958621	22958621	-2346,8781	0,00%	
	extensão da rede de água Km	18880635	18880635	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	7263390,6	7263390,6	0	0,00%	
	pop com abast. agua	543749,09	543749,09	0	0,00%	
	pop com esgoto	4442	4442	0	0,00%	
21	inv com abst agua	21				
	inv com esgoto	64,57	64,57	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	1781317	1781317	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	145513	145513	0	0,00%	
	pop com abast. agua	58992414	58992414	0	0,00%	
	pop com esgoto	19256355	19256355	0	0,00%	
22	inv com abst agua	22				
	inv com esgoto	6277,64	6277,64	0	0,00%	
	extensão da rede de água Km	25,33	25,33	0	0,00%	
	desp com pessoal próprio %	1951456	1951456	0	0,00%	
	pop com abast. agua	594830	594830	0	0,00%	
	pop com esgoto	594830	594830	0	0,00%	